

L'arc-en-ciel

L'apparition de l'arc-en-ciel est un phénomène que chacun aime à contempler. Bien avant d'en analyser le pourquoi, le spectateur en apprécie les nuances colorées ainsi que sa régularité géométrique. Il est évident que le soleil et les gouttes d'eau sont les deux composants indispensables à son apparition, mais l'observateur est indissociable à sa description. (Cela paraît évident, mais doit être précisé dans ce cas)

La première mention de l'arc-en-ciel se trouve dans la Bible (Genèse 9), ce texte en général mal connu, à donné lieu à une fausse interprétation du phénomène qui consiste à croire que l'arc-en-ciel apparaît à la fin de la période de pluie et en marque en quelque sorte l'arrêt. Le texte biblique parle de l'arc-en-ciel comme le signe d'une alliance entre Dieu et les hommes et mentionne qu'il apparaîtra chaque fois que la nuée et le soleil seront présents. L'arc-en-ciel n'est donc pas un signal, mais un signe.



L'arc le plus intense, nommé arc primaire, passe du bleu qui est du côté du centre de courbure, au rouge qui se trouve à l'extérieur, ceci en balayant le spectre des couleurs.



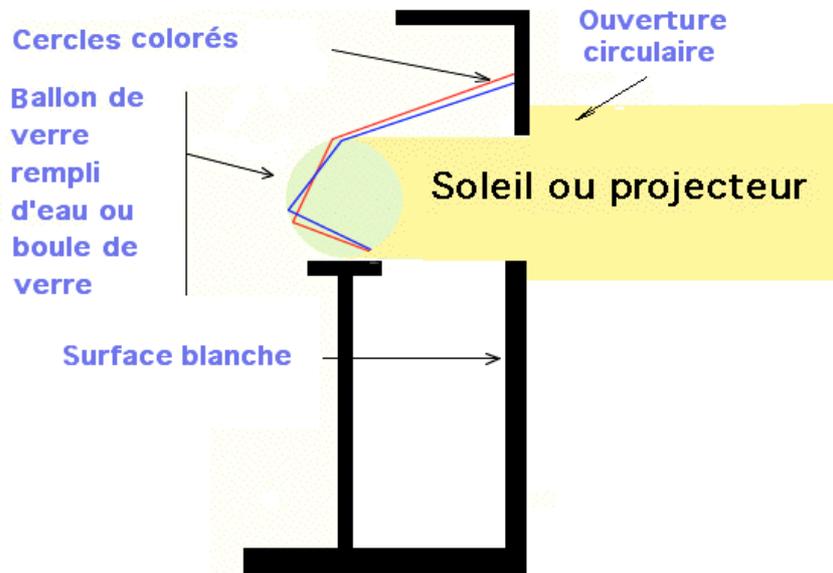
L'arc secondaire, plus éloigné du centre et moins intense, présente le spectre des couleurs dans l'ordre inversé.

Il est à remarquer qu'entre ces deux arcs, la clarté est plus faible qu'à l'intérieur de l'arc primaire.

L'expérience décrite ci-après présente un modèle de goutte d'eau imaginé par Abû al-Hassan ibn al-Haytam alias Alhazen à la fin du dixième siècle. Il fut repris en détail par Dietrich von Freiberg alias Théodoric qui utilisa en 1305, des sphères de cristal ainsi que des ballons remplis d'eau pour expliquer les réflexions et réfractions que subit la lumière dans une goutte d'eau. Une sphère de verre rectifiée donne un meilleur résultat qu'un ballon rempli d'eau. Il est difficile d'obtenir un ballon de verre parfaitement sphérique.

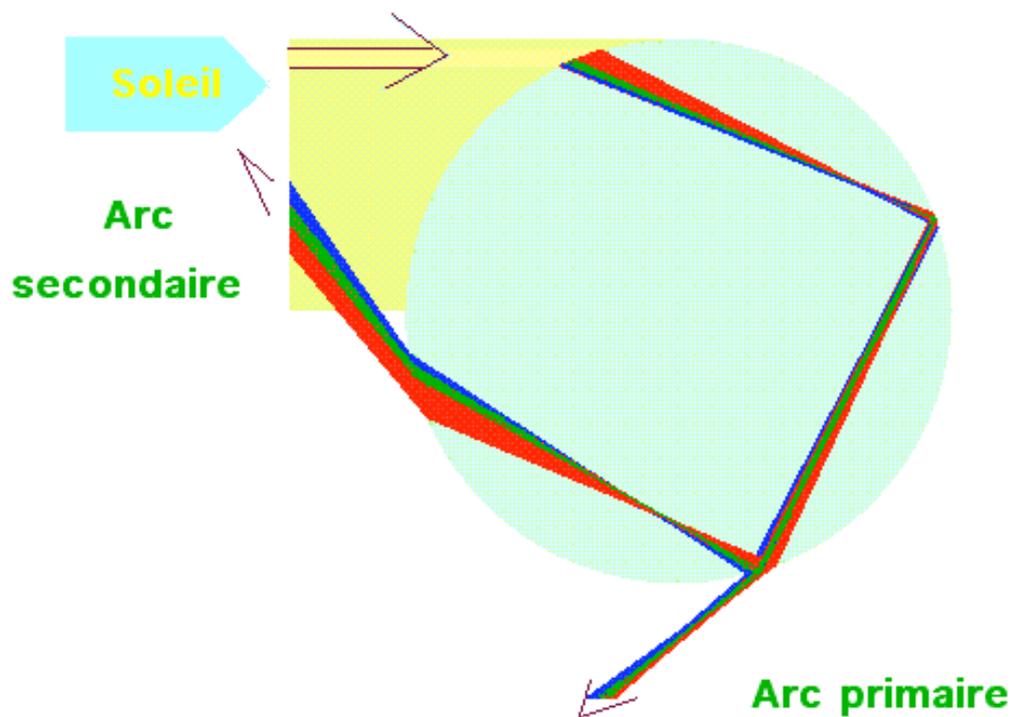
Lorsqu'on observe la boule de verre ou le ballon d'eau en se plaçant à l'endroit de l'écran où apparaît le rayonnement, seul un point de couleur à la fois, est perçu par l'œil, à condition de se trouver sur le trajet d'un rayon sortant.

Principe de l'expérience de Théodoric

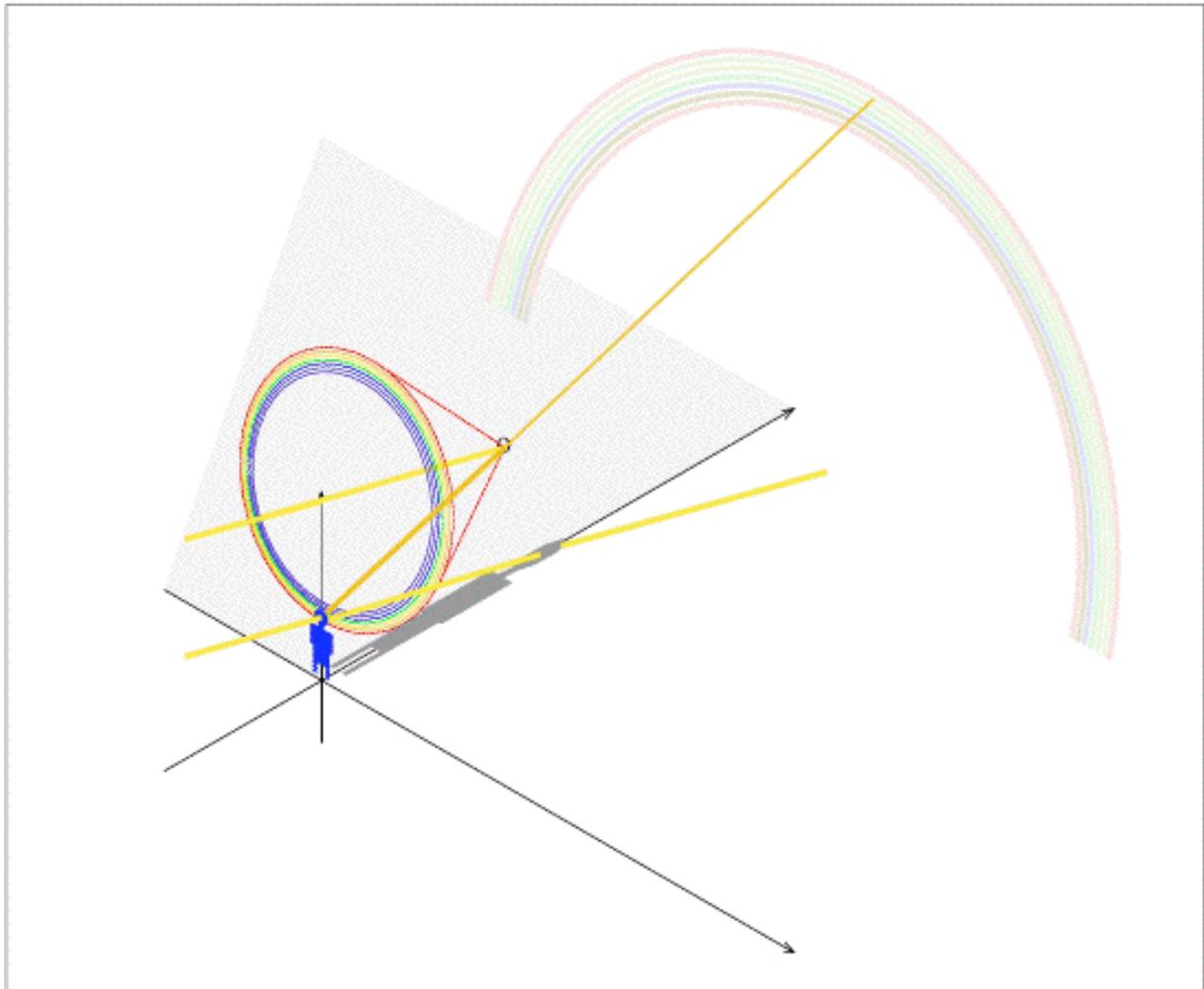


Il suffit d'étudier le trajet des rayons lumineux dans le grand cercle de la demi-sphère pour caractériser l'essentiel du comportement de la goutte. Une section de cylindre en plastique et un rayon laser permettent de suivre expérimentalement le trajet de la lumière.

Ce schéma montre que les rayons qui génèrent l'arc primaire ont déjà perdu une grande part de l'intensité de départ puisque lors de l'impact sur la surface de la goutte d'eau, seule une part du flux lumineux est réfractée et qu'il en est de même aux deux autres points de contact avec la surface de la sphère.



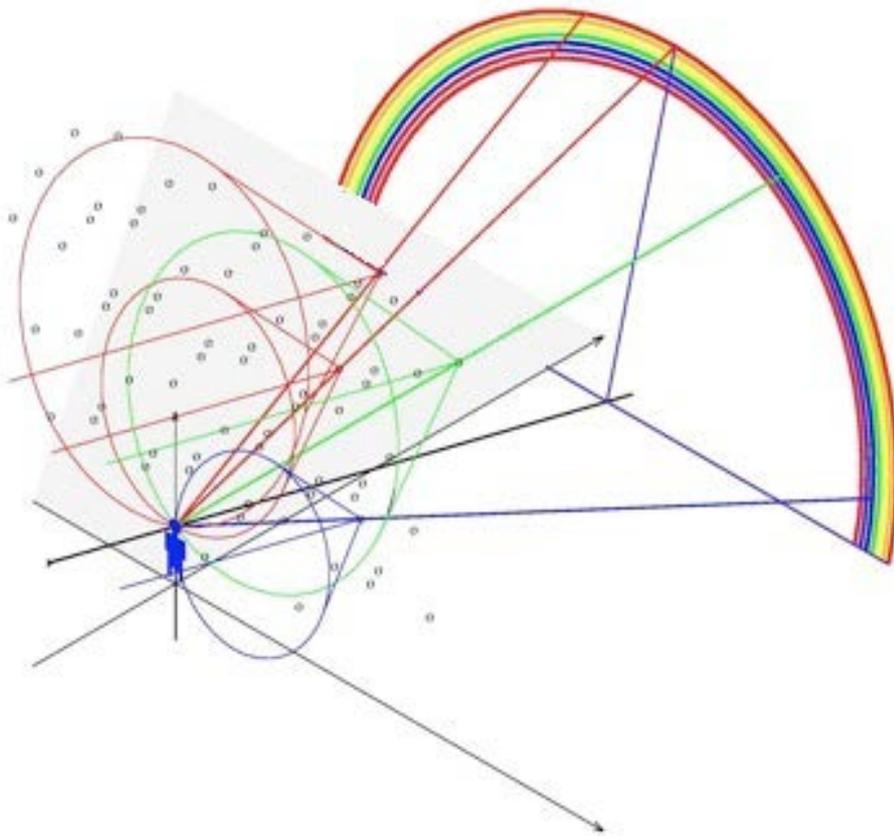
Cette image illustre le rayonnement produit par la lumière sur une goutte dans la direction inverse de celle où l'on voit l'arc primaire. Il est impossible de voir cet arc-en-ciel dans une autre position que celle de l'observateur dessiné en bleu dans cette image. La goutte illustrée ici ne pourra contribuer à l'arc-en-ciel que lorsqu'un de ses rayons de lumière atteindra l'œil de l'observateur.



L'observateur ainsi placé dans la nature, peut viser le centre de l'arc-en-ciel en regardant le centre de l'ombre de sa tête. Le soleil se trouve toujours derrière le spectateur. C'est par rapport à l'axe qui passe par le centre de la tête de l'observateur et le centre de l'ombre de la tête de cet observateur que l'on mesure l'angle d'ouverture du cône que forment les rayons qui composent l'arc-en-ciel.

Nuée de gouttes

Chaque goutte de pluie tombant dans le domaine possible de ses contributions à l'arc-en-ciel, pour un observateur donné, sera perçue par l'observateur qui verra un ensemble de points lumineux. Les gouttes d'eau étant en grand nombre et à grande distance, elles paraissent donner un éclairage continu. La distance à laquelle se trouve l'arc-en-ciel est purement une appréciation de notre appareil visuel, comme par exemple, on voit la Grande Ourse dans un plan alors que les étoiles qui forment la Grande Ourse sont à des distances très différentes.

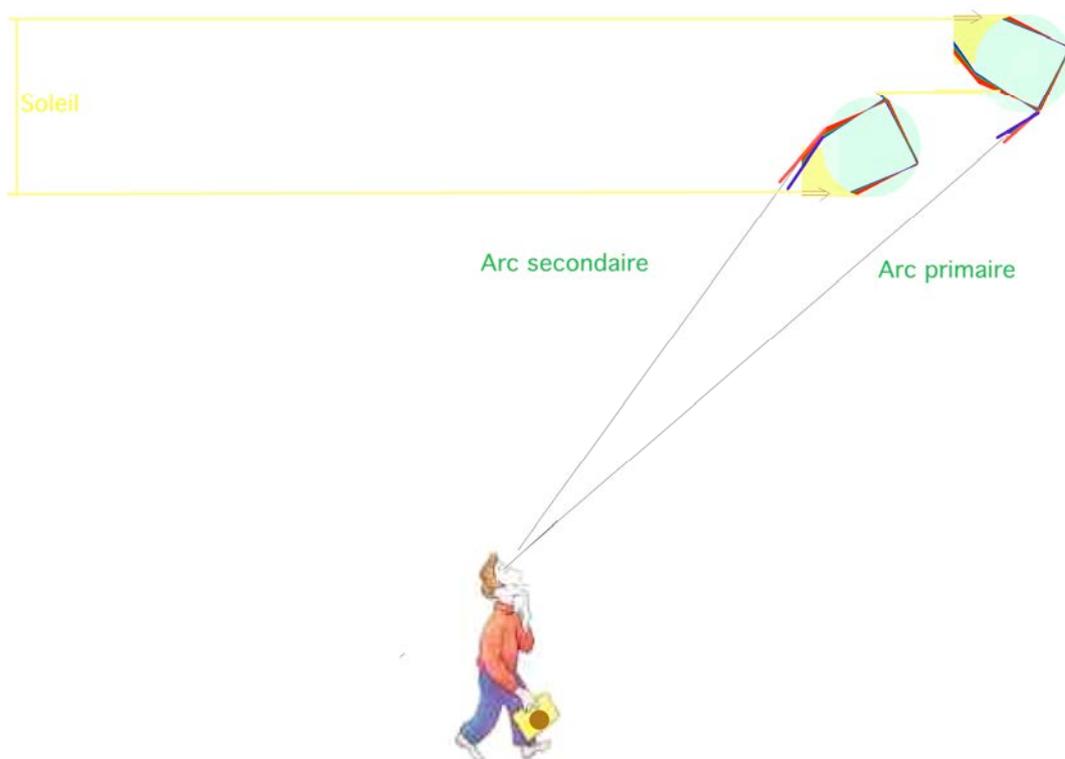


Dans certaines conditions, il est possible d'observer un cercle-en-ciel. La partie de la nuée qui se trouve plus basse que l'observateur doit alors être éclairée. C'est le cas depuis un avion ou depuis une échelle pour des gouttes fournies par un jet d'eau très proche de l'observateur. Peu de personnes l'ont réalisé au cours des siècles, toutefois le mot « Himmelring » en allemand révèle la volonté de le faire connaître, ainsi que la mention fort ancienne du « cercle de gloire » dans le livre historique du Siracide écrit environ 500 ans avant Jésus-Christ.

Cercle-en-ciel



Un observateur voit les couleurs extrêmes sous les angles suggérés sur cette figure. On peut remarquer que le passage du rouge au violet se fait dans un angle de 2 degrés pour l'arc primaire alors qu'il se produit dans un angle de 3 degrés pour l'arc secondaire. Une fois de plus, on prend conscience que l'image de l'arc-en-ciel dépend de la position de l'observateur par rapport aux gouttes et à la direction des rayons du soleil.



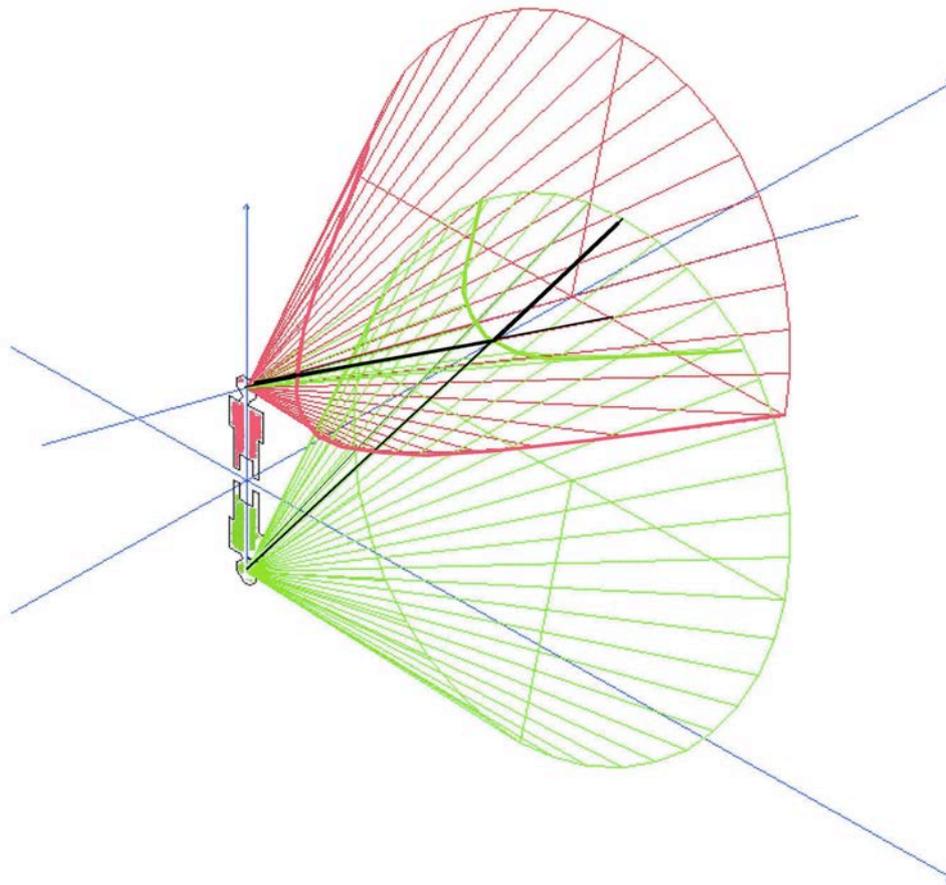
La nature de l'arc secondaire est conditionnée par le fait qu'il y a une réflexion de plus dans la goutte d'eau. On peut remarquer qu'il n'y a pas de reflet de l'arc-en-ciel dans les plans d'eau en général. Ceci provient du fait que l'arc-en-ciel n'est pas un objet qui rayonne dans toutes les directions. Si un reflet semble apparaître, c'est en général une contribution d'une autre partie de la nuée.



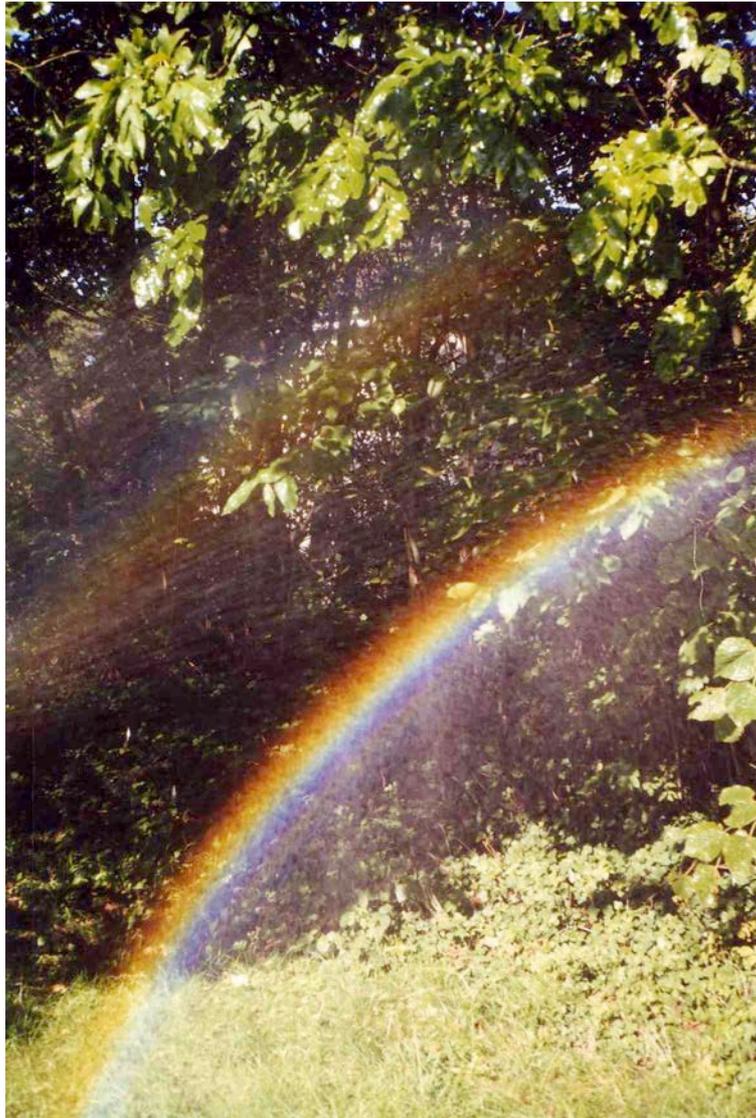
Ce n'est pas le reflet de l'arc-en-ciel que nous voyons dans cette dernière image, mais une contribution de gouttes d'eau se situant à un autre endroit.

Nous voyons dans le dessin suivant un cône rouge ainsi que son intersection avec un plan d'eau. Cela représente la contribution habituelle à l'arc-en-ciel.

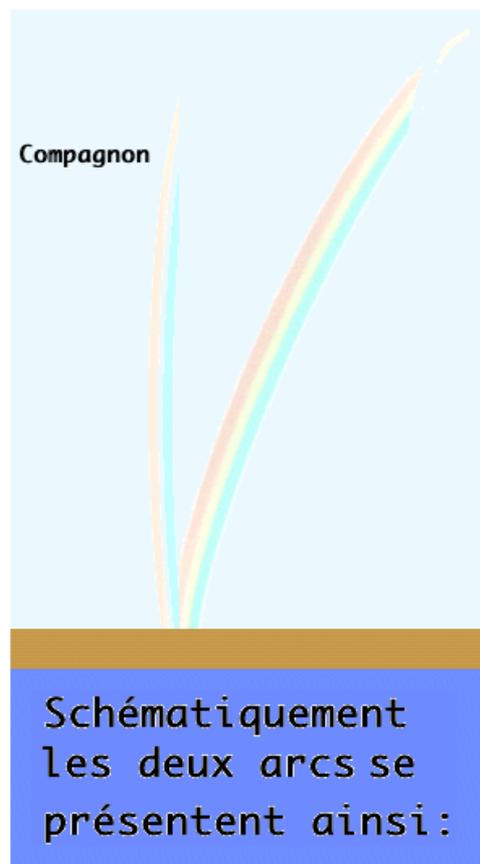
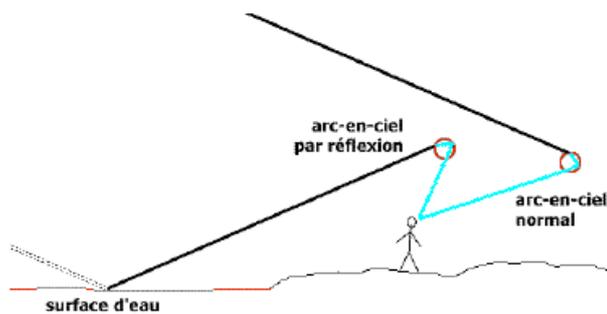
Par contre le cône vert qui abouti à l'image de l'observateur dans l'eau permet d'identifier la région ou se trouve les gouttes qui contribuent à l'arc que nous voyons dans l'eau.



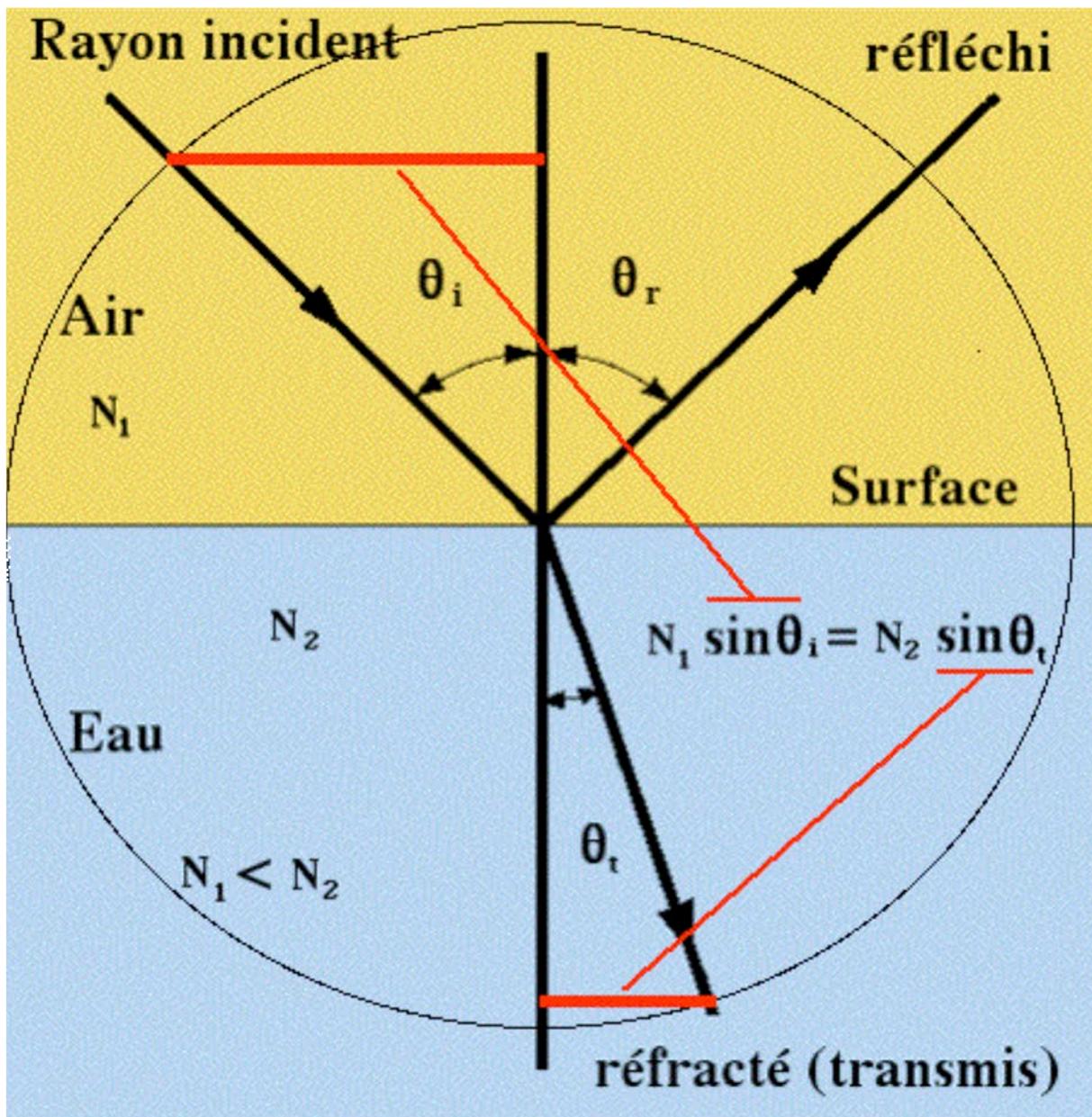
Dans cette image résultant des gouttes d'un tuyau d'arrosage muni d'une buse favorisant les petites gouttes, l'arc secondaire est particulièrement visible et la zone sombre d'Alexandre bien définie. Cette zone sombre se situe entre les deux arcs.



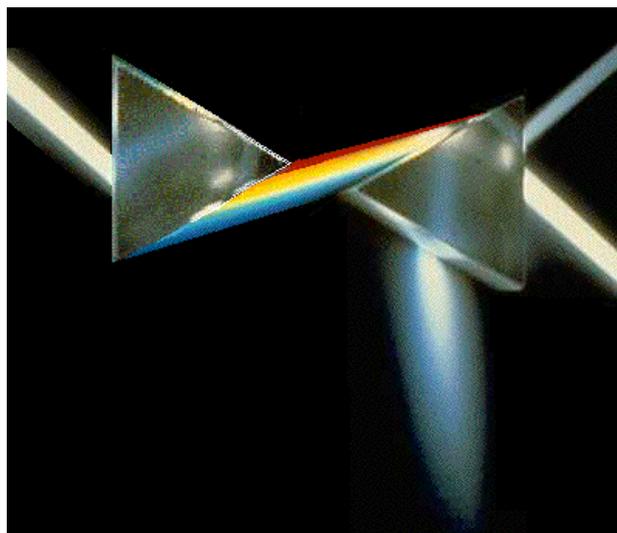
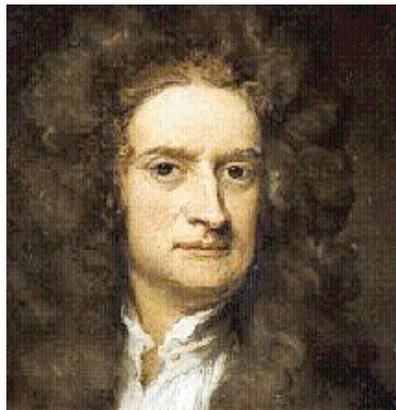
L'Arc compagnon se manifeste lorsqu'une surface (en général aquatique) donne une image du soleil faisant apparaître un deuxième arc-en-ciel dont l'intensité lumineuse est un peu plus faible. La proximité d'un lac rend ce phénomène possible, à condition que le reflet qu'il renvoie du soleil éclaire le dos du spectateur, comme l'indique le dessin.



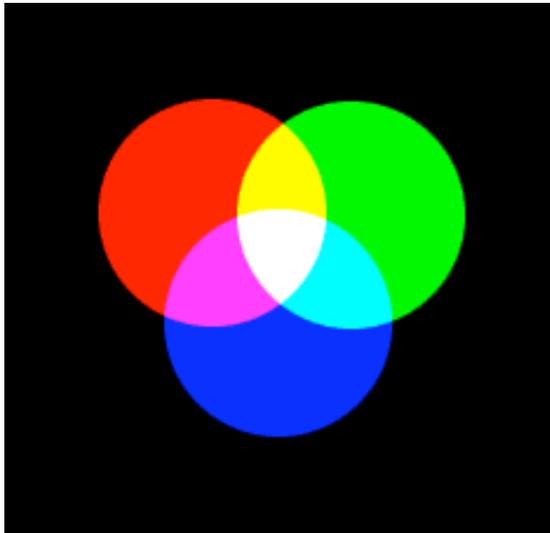
La loi de René Descartes ou de Willebrörd Snell (il est possible de l'attribuer à plusieurs personnes) est à la base de l'explication des arcs primaire et secondaire. A l'aide de l'optique des rayons lumineux, Descartes a été le premier à calculer les trajets des rayons dans la goutte d'eau. Il ne faut pas confondre ces rayons lumineux avec les rayons visuels qui partant de l'œil devaient, selon certains Grecs donner le pouvoir de voir les objets.



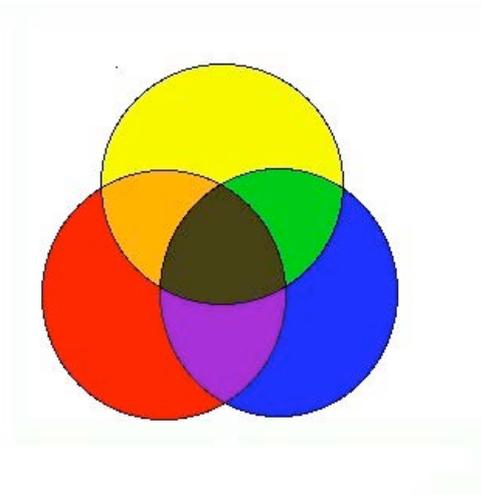
Les anciens pensaient que le blanc était une couleur pure et n'envisageaient pas qu'elle puisse être un mélange de couleurs. Il faut distinguer la nature physique de la lumière d'une part, et le mécanisme de la vision d'autre part. Avant Newton, les couleurs étaient décrites essentiellement en fonction de la perception sensorielle. Par ses expériences, Newton eut l'idée, non seulement de décomposer la lumière à l'aide d'un prisme, mais de la recomposer en plaçant un second prisme qui recueille l'ensemble des couleurs (pour redonner la lumière blanche). Si l'on rassemble les deux prismes, les faces d'entrée et de sortie de la lumière sont parallèles, ce qui annule la décomposition de la lumière. La couleur blanche est la somme de toutes les couleurs. Goethe a fortement réagi contre Newton, comme d'ailleurs plusieurs savants de l'époque fort jaloux de n'avoir pas découvert ce phénomène par eux-mêmes.



Il y a deux palettes de couleurs essentielles à la compréhension des images que l'on peut voir sur papier d'une part et celles que l'on peut voir sur un écran illuminé.



Palette pour rayon lumineux

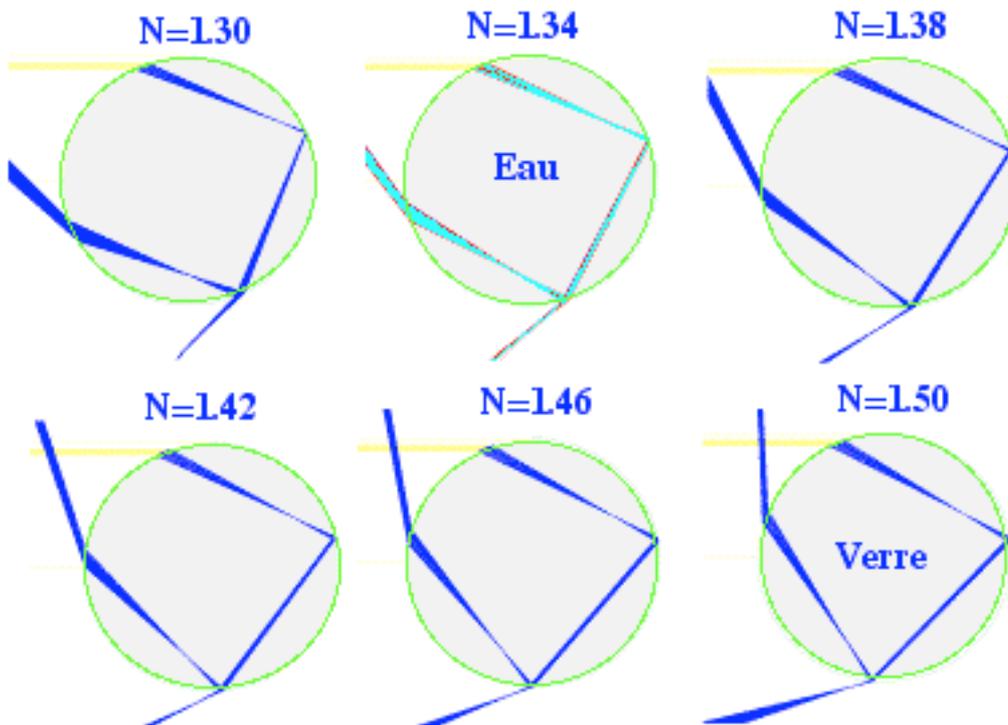


Palette pour peintre

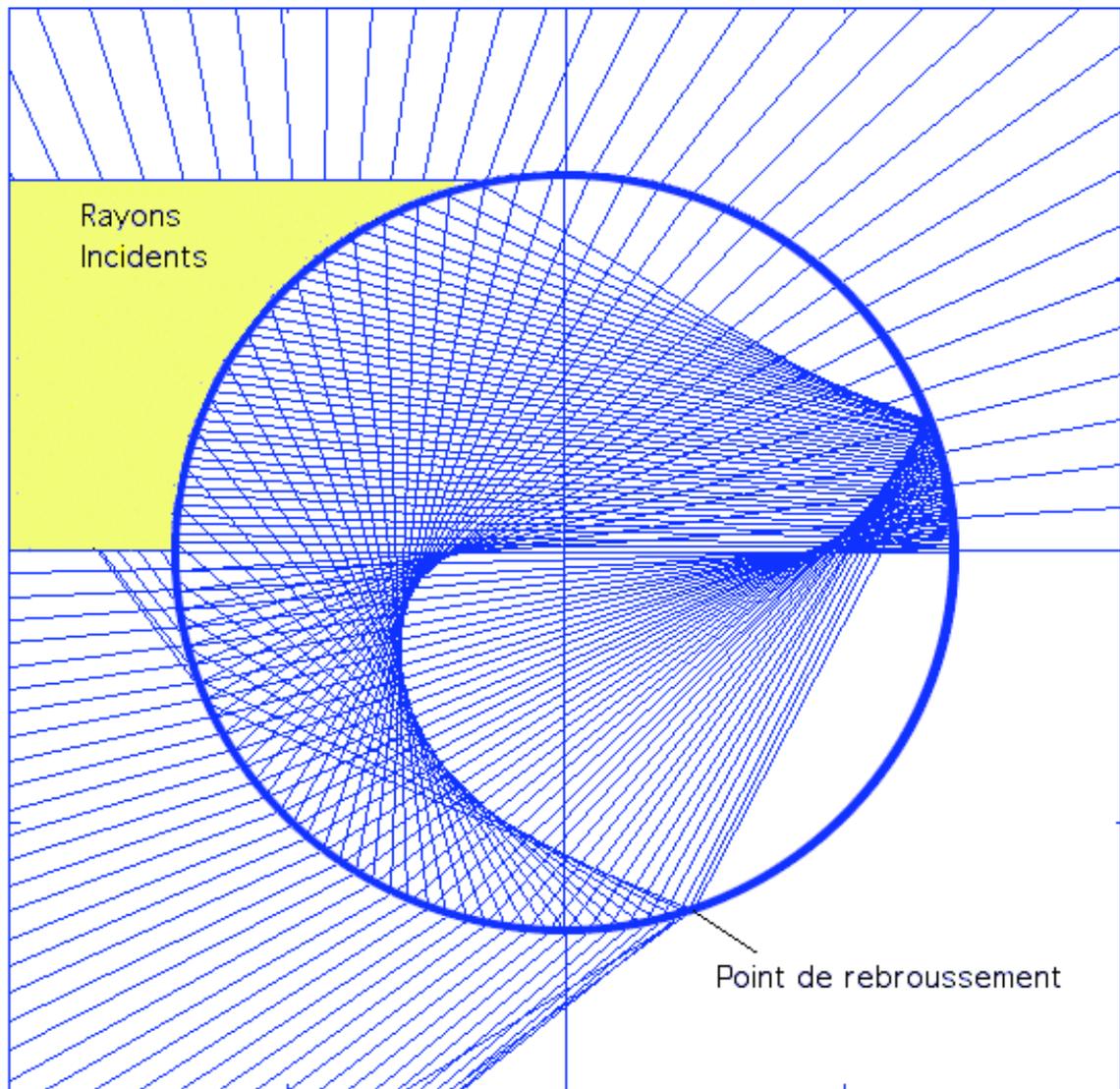
Notons que pour un peintre, le mélange du jaune et du bleu donne du vert, alors que lorsqu'on superpose de la lumière jaune à de la lumière bleue, on obtient une sensation de lumière blanche.

En fait Newton a associé à chaque longueur d'onde une couleur, alors que pour l'œil et le cerveau, la perception de la couleur fait intervenir un mécanisme assez complexe.

En utilisant d'autres éléments que l'eau, on obtient des arcs-en-ciel dont les ouvertures sont différentes. Le panneau placé à l'extérieur de cette enceinte permet de distinguer un arc-en-ciel produit par des sphères de verre. On remarque que dans ce cas, l'arc secondaire disparaît. En revanche, un matériel dont l'indice de réfraction serait égal à 1.3, superposerait les arcs primaire et secondaire et annulerait la zone sombre d'Alexandre.

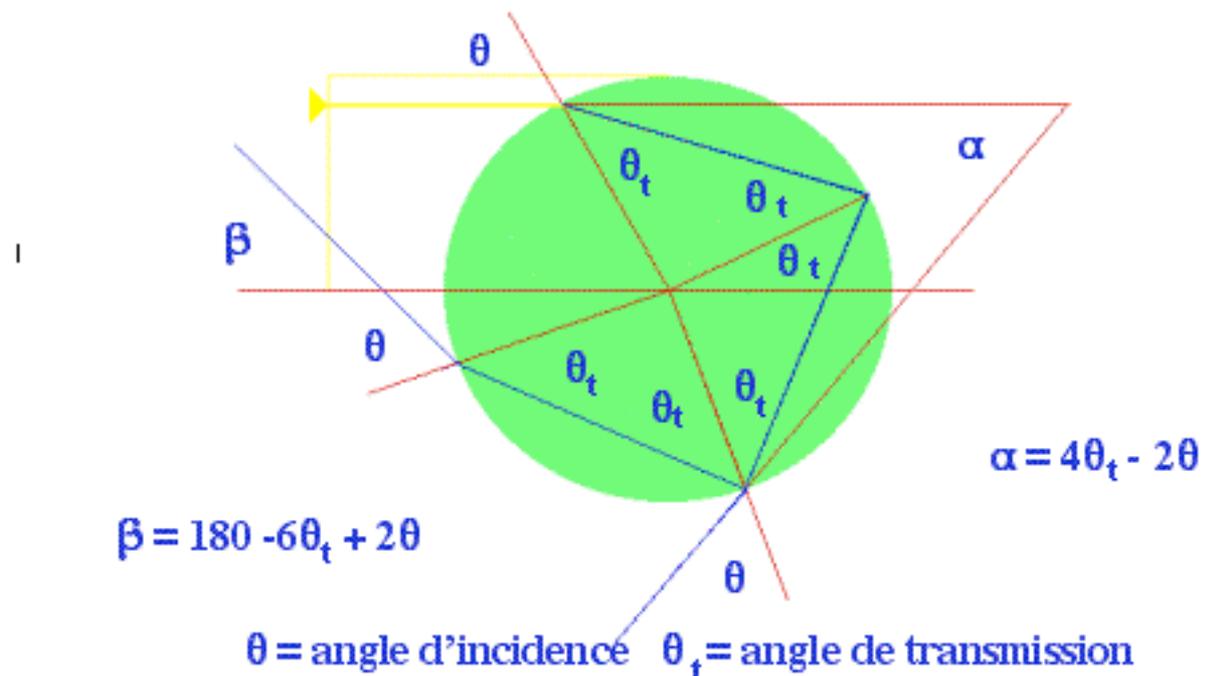


La courbe obtenue par la lumière du soleil éclairant en incidence rasante la surface d'une tasse de thé, se nomme une caustique. Si on considère un rayon lumineux incident se déplaçant du milieu de la goutte jusqu'à être tangent à la goutte, on voit alors se développer une caustique au moyen de ses tangentes. On peut aussi remarquer que les rayons de la première réflexion à l'intérieur de la goutte reculent à mesure que le rayon incident monte et repart vers l'avant après son arrivée au point de rebroussement. Ce comportement est important pour l'apparition des arcs surnuméraires.



Les relations angulaires sont simples à établir, elles permettent de calculer la position du point de rebroussement qui coïncide avec la position de l'arc primaire. Il est possible d'établir de façon analogue la position de l'arc secondaire. On peut remarquer en passant que la réflexion interne des rayons lumineux provoque une polarisation de la lumière de l'arc-en-ciel.

Relations angulaires



Le point de rebroussement s'obtient comme une condition d'extremum. C'est-à-dire qu'il suffit d'annuler la dérivée première de la relation considérée, en utilisant la loi de Snell pour expliciter la dépendance de l'angle transmis par rapport à l'angle incident et obtenir ainsi la valeur de l'optimum.

$$\alpha = 4\theta_t - 2\theta \quad \frac{d\alpha}{d\theta} = 4 \frac{d\theta_t}{d\theta} - 2$$

de $\frac{d\alpha}{d\theta} = 0$ on tire: $\alpha_r = 42$ degrés = angle
au point de rebroussement

De même on trouve $\beta_r = 50$ degrés

Ces angles étant définis pour la couleur rouge.

Dans le cas général, pour l'arc-en-ciel d'ordre k , nous avons l'expression suivante qui donne le cosinus de l'angle sous lequel apparaît une couleur donnée.

$$\cos i_k = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k^2 + 2k}} \quad n = \frac{N_2}{N_1}$$

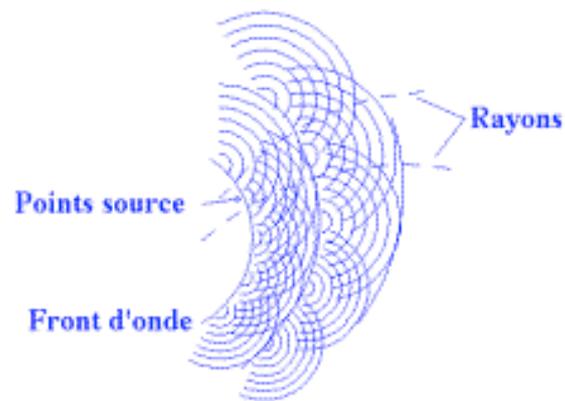
Les arcs ci-dessous ont été réalisés à l'aide d'une buse de jet d'eau dimensionnée de manière à donner un maximum de gouttes ayant un diamètre de l'ordre de 0.1 mm. Les gouttes de ce type tombent bien plus lentement que les gouttes de pluie dont le diamètre est de l'ordre de quelques millimètres. Ces gouttes ne subissent que très peu de déformations dues aux frottements de l'air.



Pour donner une explication de la nature des arcs surnuméraires, il a fallu développer une description mathématique des ondes électromagnétiques. Huyghens a formulé le premier un principe permettant de déduire à partir d'un état donné d'une onde, son état futur. Ce principe est relativement aisé à comprendre dans le cas analogique de vagues à la surface de l'eau.



Christian Huyghens
Principe introduit
en 1678



Chaque point d'un front d'onde est considéré comme la source d'une onde sphérique élémentaire.
La somme des amplitudes de ces ondes sphériques donne l'amplitude de l'onde qui forme le front d'onde suivant.

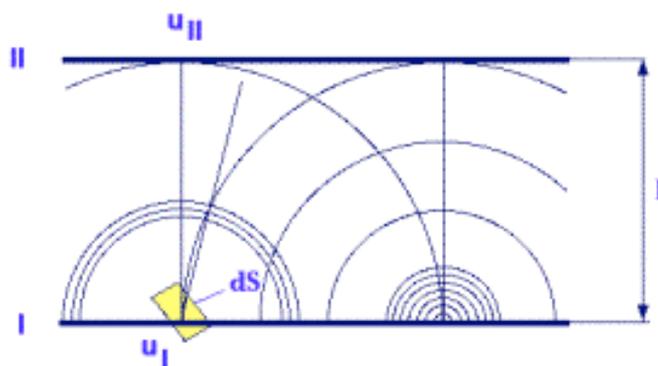
Les nombres complexes ont permis de donner une représentation mathématique des ondes électromagnétiques. Fresnel a utilisé l'expression de l'onde plane pour exprimer par le principe de Huyghens qu'une somme d'ondes sphériques élémentaires issues d'un front d'onde plane redonne un front d'onde plane. Ce calcul a permis de fixer l'amplitude de ces ondes sphériques.

L'onde plane équivalente à la somme d'ondes sphériques



Augustin
Fresnel
1788-1827

$$u_{\parallel} = u_{\parallel} = \iint q \frac{e^{-ikr}}{r} dS$$



Onde plane $u_1 = e^{-i(kx - \omega t)}$

$$q = \frac{i}{\lambda}$$

Airy, pour sa part, eut l'idée d'appliquer le principe de Huyghens au front d'onde de sortie de la goutte d'eau. La forme de ce front d'onde est calculée au moyen des chemins optiques mesurés à partir du front d'onde d'entrée.

L'ensemble des chemins optiques égaux définissent le front de sortie.

Le chemin optique est mesuré en nombre de longueur d'onde et tient compte de l'indice de réfraction du matériel traversé par l'onde.

La somme des amplitudes des ondelettes issues du front d'onde de sortie permet de décrire l'amplitude des arcs surnuméraires. Cette intégrale calculée au 19^{ème} siècle est restée célèbre, car elle est une première approximation satisfaisante de la réalité physique de l'arc-en-ciel.

L'intégrale de l'arc-en-ciel



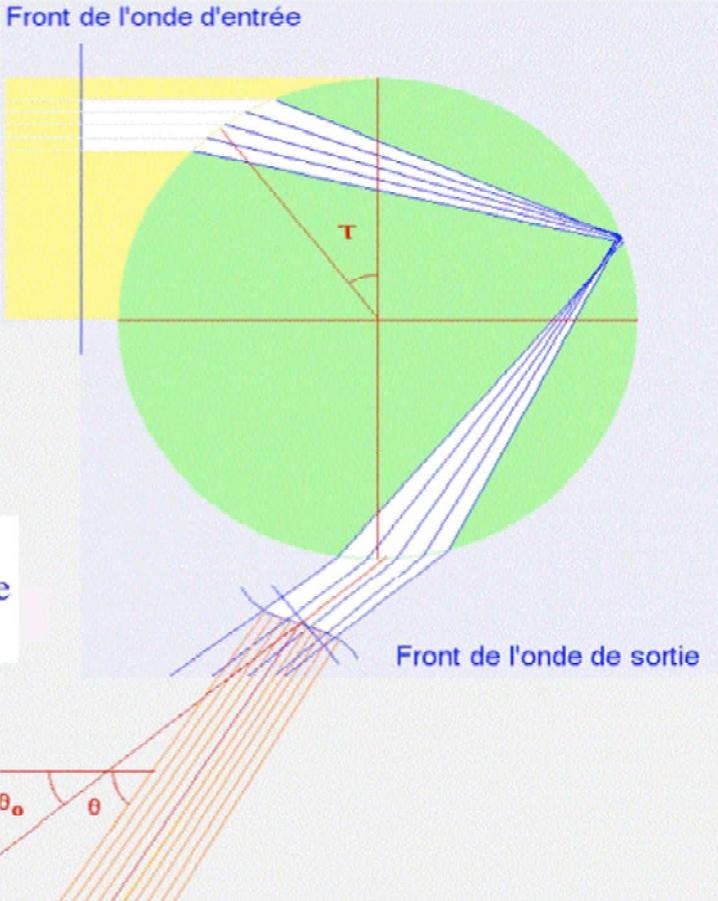
**George
Bidell
Airy
1801-
1892**

La somme des ondes
sortantes donne l'amplitude
des arcs surnuméraires

$$f(z) = \int_n^\infty \cos\left(\frac{1}{2}\pi(z-t^3)\right) dt$$

$z = \theta - \theta_0$

$t = \tau$



Front de l'onde de sortie

« Effet « Glory » »

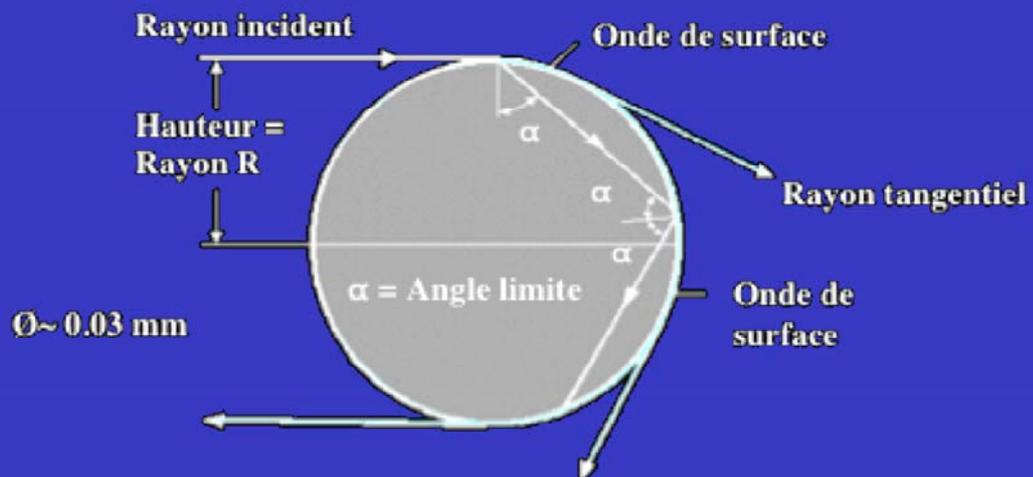
En 1735 un capitaine espagnol, Antonio de Ulloa, décrit ce phénomène pour l'avoir observé dans les Andes. Il est fréquemment visible au pic de Brocken en Allemagne de même que dans le Jura. Il est particulièrement spectaculaire depuis un avion. Si la nuée est lointaine, on ne voit qu'un petit cercle dans lequel l'ombre de l'avion se distingue. La solution du problème de l'arc-en-ciel, donnée par les équations de Maxwell résolues de façon standard, ne permet que difficilement d'approcher ce phénomène. (Il faudrait pour cela additionner des milliers de termes compliqués).



Le site suivant :

<http://images.google.ch/imgres?imgurl=http://la.climatologie.free.fr/pheno-optique/arc-en-ciel.jpg&imgrefurl=http://la.climatologie.free.fr/pheno-optique/optique.htm&h=202&w=300&sz=11&tbnid=ffSTePFqI4KLZM:&tbnh=74&tbnw=111&hl=fr&start=8&prev=/images%3Fq%3Dfree%2Barc-en-ciel%26svnum%3D10%26hl%3Dfr%26lr%3D%26sa%3DG>

donne plusieurs images qui ne peuvent pas figurer dans le présent document.

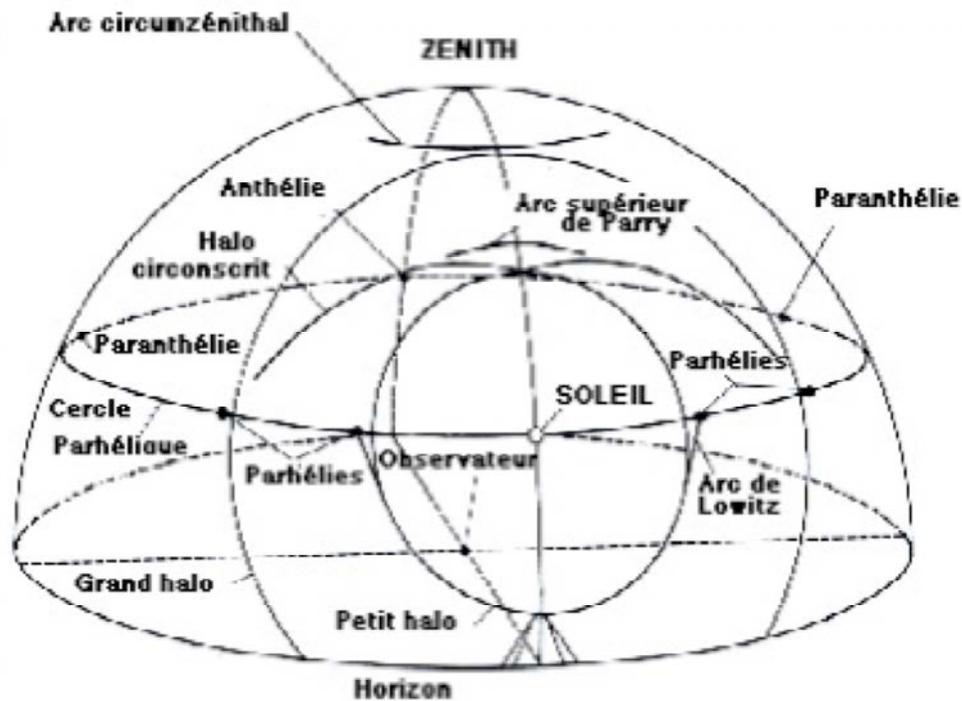


Inspiré de l'article de Moysés Nussenzveig

La théorie de l'arc-en-ciel » paru dans la publication
« Les phénomènes naturels » pour la Science »

La théorie des moments cinétiques complexes permet d'obtenir des résultats satisfaisants en ne prenant qu'un nombre relativement petit de termes en considération. Grâce à cette théorie, Moysés Nussenzveig donne une description précise de l'effet « glory » et met en évidence les ondes de surface. Il a fallu attendre les années 1960 pour qu'une percée décisive soit faite dans la compréhension de l'effet « glory ».

Arcs et halos dus aux cristaux de glace



Le livre de M. Robert Greenler, mentionné dans la bibliographie, donne des explications très claires sur la nature de ces phénomènes.

La photographie de Michel Wullemin, reproduite ci-après, montre que nous pouvons également dans nos régions contempler des arcs produits par la présence de la glace.

Parhémie 22⁰ , Sun dog (Michel Willemin)



Bibliographie et adresses « Internet » :

Histoire de l'arc-en-ciel. (en français) (300 pages passionnantes qui présentent le point de vue heuristique) (heuristique = art de la découverte)

Bernard Maitte (Professeur d'histoire des sciences et d'épistémologie à l'université de Lille)
Seuil

ISBN : 2020561786

Librairie Ellipse

14, rue Rousseau 1201 Genève

Tél : 022 909 89 89

Fax 022 738 36 48

Rainbows, Halos, and Glories. Robert Greenler. (en anglais) (200 pages, très accessibles)

Cambridge, England: Cambridge University Press,

1980. Excellent book. \$29.95.

Paperback Reprint edition (January 1990)

Cambridge Univ Pr (Pap Txt); **ISBN: 0521388651** ;

Dimensions (in inches): 0.66 x 9.92 x 7.07

Les phénomènes naturels (Très bon article scientifique en français)

Pour la Science 1978 FF. 45.-

ISBN: 2-902918-13-5

The Rainbow. Carl B. Boyer. (en anglais, précurseur de Maitte)

From Myth to Mathematics LCC 87-2288

ISBN: 0-691-08457-2 ISBN 0-691-02405-7 (pbk.)

L'arc-en-ciel. Michel Blay . (en français)

Editions Carré, 1995

ISBN: 2-908393-29-8

Traité des couleurs. Libero Zuppiroli et Marie-Noëlle Bussac.

Presses Polytechniques Universitaires Romande PPUR Fr. 125.-

ISBN: 2-88074-430-X

<http://www.armchair.com/sci/rainbow.html>

[http://ww2010.atmos.uiuc.edu/\(Gh\)/guides/mtr/opt/wtr/rnbw/frm.rxml](http://ww2010.atmos.uiuc.edu/(Gh)/guides/mtr/opt/wtr/rnbw/frm.rxml)

<http://accept.la.asu.edu/PiN/mod/light/opticsnature/pattLight4Obj1.html>

<http://www.unidata.ucar.edu/staff/blynds/rnbw.html>

<http://www.astro.virginia.edu/~eww6n/books/AtmosphericPhenomena.html>

Mécanique quantique

<http://www.physics.csbsju.edu/QM/Index.html>

<http://www.physics.csbsju.edu/QM/square.12.html>

<http://www.physics.csbsju.edu/QM/i/rainbow.classical.d.sigma.gif>

clichés

<http://home.worldcom.ch/~mstrasse/arc.html>

<http://www.thinker.org/fam/education/publications/guide-american/slide-18.html> ;

<http://earth.agu.org/revgeophys/rasmus00/rasmus00.html> : clouds